# Séquence Culture, société et technique de la 5e secondaire

# ANNEXE : EXEMPLES DE PROBLÈMES DE MATHÉMATIQUES FINANCIÈRES

### Extraits du *Programme de formation de l'école québécoise* (PFEQ), Chapitre 6, p. 70

| Sens du nombre réel, des expressions algébriques et des liens de dépendance (*Suite*) | |
|---|---|
| – Mathématiques financières<br>• Intérêt simple et composé<br>• Période d'intérêt<br>• Actualisation (valeur actuelle)<br>• Capitalisation (valeur future) | – Analyse de situations liées à des contextes économiques (ex.: finances personnelles), sociaux, techniques ou scientifiques, ou encore à la vie quotidienne<br>• Passage de nombres exprimés en notation exponentielle vers la notation logarithmique et vice versa<br>• Résolution d'équations exponentielle ou logarithmique à l'aide du changement de base, au besoin<br>– Calcul, interprétation et analyse de situations financières |

**Note :** En 4e secondaire, dans les situations où l'élève doit déterminer la valeur de l'exposant, il utilise un graphique, une table de valeurs ou la technologie.

Dans le cas des fonctions réelles, l'élève différencie, reconnaît et analyse différentes familles de fonctions. On lui présente des situations qui font appel à des fonctions réelles se ramenant aux règles suivantes : fonction quadratique $f(x) = ax^2$, fonction exponentielle $f(x) = ab^x$ où $a \neq 0$ et $b > 0$. Pour les autres fonctions, on peut le confronter à des règles dont il est en mesure de calculer des valeurs, de représenter graphiquement et d'analyser les propriétés, mais sans que la représentation algébrique de la situation ne soit exigée. En 5e secondaire, dans les situations où l'élève doit déterminer la valeur approximative d'un exposant (logarithme), il utilise un graphique, une table de valeurs ou la calculatrice. Pour déterminer cette valeur, il manipule les expressions et les transpose dans une même base (base 10, pour la calculatrice) de manière à rendre les exposants comparables. Il s'aide, au besoin, de quelques équivalences comme $a^b = c \leftrightarrow log_a c = b$ **ou** $log_a c = \frac{log_b c}{log_b a}$.

Dans le cas de situations concernant les finances personnelles, différents aspects peuvent être pris en compte :
– les types de revenus, tels que les types de rémunérations, de salaires, de commissions, de contrats et de pourboires;
– les différents impôts et taxes, tels que l'impôt sur le revenu, l'impôt foncier et les retenues fiscales;
– les types de financement, tels que les options d'achat, le prêt personnel, l'hypothèque et les frais de financement;
– les coûts de certains services, tels que le téléphone ou l'électricité.

En 5e secondaire, afin d'évaluer des situations financières, l'élève utilise des règles comme $C_n = C_0(1 + i)^n$ pour déterminer la capitalisation et $C_0 = C_n(1 + i)^{-n}$ **ou** $C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$ pour déterminer l'actualisation (où $C_n$ = valeur future, $C_0$ = valeur actuelle, i = taux d'intérêt et n = période d'intérêt).

Les règles présentées dans le programme le sous-entendent, mais il est important de spécifier qu'il s'agit des intérêts versés une fois par période, comme les intérêts annuels (versés ou capitalisés une fois par année) ou les intérêts mensuels (versés ou capitalisés une fois par mois). L'idée est d'éviter l'utilisation de la formule $C_n = C_0\left(1 + \frac{i}{t}\right)^{nt}$. Par contre, cette formule pourrait être considérée en piste d'exploration avec les élèves.

## Exemples de problèmes à caractère financier pouvant être proposés à l'élève :

**1. Une somme de 50 000 $ placée pendant 5 ans à un taux d'intérêt de 6 % capitalisé tous les ans.**

Capital au bout des 5 ans :

n = 5

$$C_n = C_0(1+i)^n = 50\,000(1+0{,}06)^5$$
$$= 50\,000(1{,}06)^5$$
$$= 66\,911{,}28\$$$

**2. Une somme de 50 000 $ placée pendant 3 mois à un taux d'intérêt composé annuel de 6 %.**

Capital au bout des 3 mois :

n = 0,25 (puisque 3 mois correspondent au quart [0,25] d'une année)

$$C_n = C_0(1+i)^n = 50\,000(1+0{,}06)^{0{,}25}$$
$$= 50\,000(1{,}06)^{0{,}25}$$
$$= 50\,733{,}69\$$$

**3. Une somme de 50 000 $ placée pendant 3 mois à un taux composé mensuel de 0,6 %.**

Capital au bout des 3 mois :

n = 3

$$C_n = C_0(1+i)^n = 50\,000(1+0{,}006)^3$$
$$= 50\,000(1{,}006)^3$$
$$= 50\,905{,}41\$$$

**4. Une somme de 5 000 $ placée pendant 10 ans à un taux d'intérêt composé mensuel de 0,1 %.**

Capital au bout des 10 ans :

n = 120 (puisque l'intérêt est versé tous les mois, il faut calculer combien il y a de mois dans 10 ans : il y a 12 mois par année, donc 120 mois dans 10 ans)

$$C_n = C_0(1+i)^n = 5\,000(1+0{,}001)^{120}$$
$$= 5\,000(1{,}001)^{120}$$
$$= 5\,637{,}15\$$$

**5. Une somme de 5 000 $ placée pendant 10 ans à un taux d'intérêt de 1 % capitalisé tous les 3 mois**

Capital au bout des 10 ans :

n = 40 (puisque l'intérêt est versé tous les 3 mois, il faut calculer combien il y a de période de 3 mois dans 10 ans : il y a 4 périodes de 3 mois par année, donc 40 périodes dans 10 ans)

$$C_n = C_0(1+i)^n = 5\,000(1+0{,}01)^{40}$$
$$= 5\,000(1{,}01)^{40}$$
$$= 7\,444{,}32\$$$

**6. Une somme de 5 000 $ placée pendant 10 ans à un taux d'intérêt de 6 % capitalisé tous les 2 ans.**

Capital au bout des 10 ans :

n = 5 (puisque l'intérêt est versé tous les 2 ans, il faut calculer combien il y a de périodes de 2 ans dans 10 ans : il y a 5 périodes de 2 ans)

$$C_n = C_0(1+i)^n = 5\,000(1+0{,}06)^5$$
$$= 5\,000(1{,}06)^5$$
$$= 6\,691{,}13\$$$

**La formule $C_n = C_0(1+i)^n$ n'est applicable que si le taux d'intérêt et la durée sont homogènes, c'est-à-dire s'ils sont exprimés dans la même unité de temps que la période de capitalisation. À titre d'exemple, s'il est convenu entre l'institution financière et l'investisseur que les intérêts sont capitalisés à la fin de chaque mois, la formule ne sera applicable que si le taux d'intérêt est mensuel et que la durée de placement est exprimée en mois.**