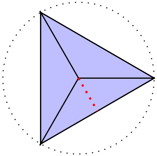
Enseigner de façon conceptuelle : pour une démocratisation « qualitative » de l'éducation mathématique



Vincent L. Rouleau
vlrouleau@hotmail.com

14 octobre 2016

À Luc Boisvenue

Avant-goût de la présentation

Avant-goût de la présentation

(1) Réflexions et angoisses

Avant-goût de la présentation

(1) Réflexions et angoisses
(2) Un premier exemple d'enseignement conceptuel

Avant-goût de la présentation

(1) Réflexions et angoisses
(2) Un premier exemple d'enseignement conceptuel
(3) Un second exemple

Avant-goût de la présentation

(1) Réflexions et angoisses
(2) Un premier exemple d'enseignement conceptuel
(3) Un second exemple
(4) Le plus d'exemples possibles avec le temps qui nous reste...

Avant-goût de la présentation

(1) Réflexions et angoisses
(2) Un premier exemple d'enseignement conceptuel
(3) Un second exemple
(4) Le plus d'exemples possibles avec le temps qui nous reste...
(5) LaTeXpour les futurs maîtres

Réflexions et angoisses

Réflexions et angoisses

- La démocratisation « quantitative » (Legendre, 2005) du dernier siècle ;

Réflexions et angoisses

- La démocratisation « quantitative » (Legendre, 2005) du dernier siècle ;
- le triste constat sociologique : l'exclusion différée et étendue dans le temps (Bourdieu & Champagne, 1993) ;

Réflexions et angoisses

- La démocratisation « quantitative » (Legendre, 2005) du dernier siècle ;
- le triste constat sociologique : l'exclusion différée et étendue dans le temps (Bourdieu & Champagne, 1993) ;
- une invitation à la démocratisation « qualitative » de l'éducation mathématique :

Réflexions et angoisses

- La démocratisation « quantitative » (Legendre, 2005) du dernier siècle ;
- le triste constat sociologique : l'exclusion différée et étendue dans le temps (Bourdieu & Champagne, 1993) ;
- une invitation à la démocratisation « qualitative » de l'éducation mathématique :
  - repenser l'école *première* (Baruk, 2004) ;

Réflexions et angoisses

- La démocratisation « quantitative » (Legendre, 2005) du dernier siècle ;
- le triste constat sociologique : l'exclusion différée et étendue dans le temps (Bourdieu & Champagne, 1993) ;
- une invitation à la démocratisation « qualitative » de l'éducation mathématique :
    - repenser l'école *première* (Baruk, 2004) ;
    - s'harmoniser à l'activité mathématique authentique, c'est-à-dire celle des mathématiciens.

Réflexions et angoisses

- La démocratisation « quantitative » (Legendre, 2005) du dernier siècle ;
- le triste constat sociologique : l'exclusion différée et étendue dans le temps (Bourdieu & Champagne, 1993) ;
- une invitation à la démocratisation « qualitative » de l'éducation mathématique :
  - repenser l'école *première* (Baruk, 2004) ;
  - s'harmoniser à l'activité mathématique authentique, c'est-à-dire celle des mathématiciens.
- mise en garde :

Réflexions et angoisses

- La démocratisation « quantitative » (Legendre, 2005) du dernier siècle ;
- le triste constat sociologique : l'exclusion différée et étendue dans le temps (Bourdieu & Champagne, 1993) ;
- une invitation à la démocratisation « qualitative » de l'éducation mathématique :
  - repenser l'école *première* (Baruk, 2004) ;
  - s'harmoniser à l'activité mathématique authentique, c'est-à-dire celle des mathématiciens.
- mise en garde :
  - l'échec des maths modernes (enseignants non mathématiciens, mauvais choix de généralisation des concepts) ;

Réflexions et angoisses

- La démocratisation « quantitative » (Legendre, 2005) du dernier siècle ;
- le triste constat sociologique : l'exclusion différée et étendue dans le temps (Bourdieu & Champagne, 1993) ;
- une invitation à la démocratisation « qualitative » de l'éducation mathématique :
  - repenser l'école *première* (Baruk, 2004) ;
  - s'harmoniser à l'activité mathématique authentique, c'est-à-dire celle des mathématiciens.
- mise en garde :
  - l'échec des maths modernes (enseignants non mathématiciens, mauvais choix de généralisation des concepts) ;
  - les dérapages des maths contextualisées (prostitution utilitariste, contextes bidons, ridiculisation de l'activité mathématique et invitation au désintéressement)

Un collier s'est brisé au cours d'ébats amoureux : un tiers des perles est tombé à terre, un cinquième est resté sur la couche, un sixième a été retrouvé par la jeune femme, un dixième par l'amant, six perles sont restées attachées au cordon.
Dites combien de perles comptait ce collier.

(Problème tiré du Lilawati, traité indien du VIIIe siècle)

Que fait-on en classe ?

Souvent un enseignement d'une utilité procédurale pour les sciences (et autres domaines d'application), mais pas assez conceptuel pour entrer dans le monde des idées mathématiques.

Procédures et concepts

Procédures et concepts

Une connaissance fragmentée de la mathématique :

procédurale	conceptuelle/relationnelle

Procédures et concepts

Une connaissance fragmentée de la mathématique :

procédurale	conceptuelle/relationnelle
• associée au symbolisme, au langage formel, aux algorithmes et règles à suivre étape par étape ;	

Procédures et concepts

Une connaissance fragmentée de la mathématique :

procédurale	conceptuelle/relationnelle
• associée au symbolisme, au langage formel, aux algorithmes et règles à suivre étape par étape ;	• associée aux relations créées entre différentes informations, aux liens faits à un niveau d'abstraction plus élevé (Hiebert & Lefevre, 1986) ;

Procédures et concepts

Une connaissance fragmentée de la mathématique :

procédurale	conceptuelle/relationnelle
• associée au symbolisme, au langage formel, aux algorithmes et règles à suivre étape par étape ; • compréhension instrumentale ;	• associée aux relations créées entre différentes informations, aux liens faits à un niveau d'abstraction plus élevé (Hiebert & Lefevre, 1986) ;

Procédures et concepts

Une connaissance fragmentée de la mathématique :

procédurale	conceptuelle/relationnelle
• associée au symbolisme, au langage formel, aux algorithmes et règles à suivre étape par étape ;	• associée aux relations créées entre différentes informations, aux liens faits à un niveau d'abstraction plus élevé (Hiebert & Lefevre, 1986) ;
• compréhension instrumentale ;	• compréhension relationnelle (Skemp, 1978) ;

Procédures et concepts

Une connaissance fragmentée de la mathématique :

procédurale	conceptuelle/relationnelle
• associée au symbolisme, au langage formel, aux algorithmes et règles à suivre étape par étape ;	• associée aux relations créées entre différentes informations, aux liens faits à un niveau d'abstraction plus élevé (Hiebert & Lefevre, 1986) ;
• compréhension instrumentale ;	• compréhension relationnelle (Skemp, 1978) ;
• formalisme (syntaxe).	

Procédures et concepts

Une connaissance fragmentée de la mathématique :

procédurale	conceptuelle/relationnelle
• associée au symbolisme, au langage formel, aux algorithmes et règles à suivre étape par étape ;	• associée aux relations créées entre différentes informations, aux liens faits à un niveau d'abstraction plus élevé (Hiebert & Lefevre, 1986) ;
• compréhension instrumentale ;	• compréhension relationnelle (Skemp, 1978) ;
• formalisme (syntaxe).	• platonisme (sémantique).

Question

Question

À quoi ça pourrait ressembler un enseignement *conceptuel* ?

(dans une optique de démocratisation qualitative de l'éducation mathématique)

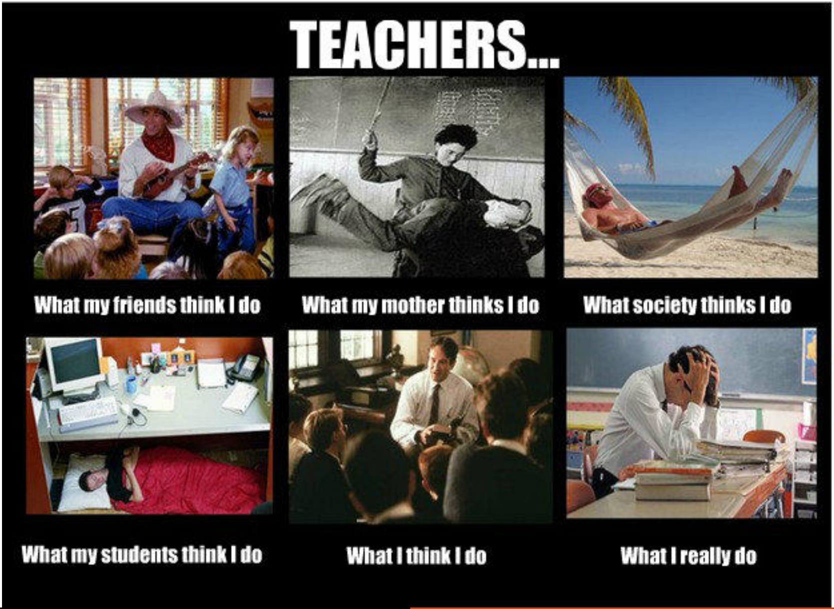
1ère considération

1ère considération

Un enseignement qui refuse les formules toutes préparées à l'avance.

Un geste de refus

Un geste de refus



2e considération

2e considération

Un enseignement qui favorise la découverte de formules avec des approches variées.

2e considération

Un enseignement qui favorise la découverte de formules avec des approches variées.

Exemples

- L'aire d'un trapèze ;

2e considération

Un enseignement qui favorise la découverte de formules avec des approches variées.

Exemples

- L'aire d'un trapèze ;
- la résolution d'une équation de degré 2 (à une indéterminée).

3e considération

3e considération

Un enseignement qui favorise les liens entre les objets mathématiques.

3e considération

Un enseignement qui favorise les liens entre les objets mathématiques.

Exemples

- De l'aire d'un polygone vers l'aire latérale de la pyramide ;

3e considération

Un enseignement qui favorise les liens entre les objets mathématiques.

Exemples

- De l'aire d'un polygone vers l'aire latérale de la pyramide ;
- du triangle rectangle vers le cercle trigonométrique.

4e considération

4e considération

Un enseignement qui rend les objets mathématiques vivants.

4e considération

Un enseignement qui rend les objets mathématiques vivants.

Exemples

- Concept de fonction

4e considération

Un enseignement qui rend les objets mathématiques vivants.

Exemples

- Concept de fonction
- Résolution d'équations et fonctions réciproques.

5e considération

5e considération

Un enseignement qui fait montre de clairvoyance et prépare le terrain pour les concepts à venir.

5e considération

Un enseignement qui fait montre de clairvoyance et prépare le terrain pour les concepts à venir.

Exemples

- Concept de nombre et classes d'équivalence ;

5e considération

Un enseignement qui fait montre de clairvoyance et prépare le terrain pour les concepts à venir.

Exemples

- Concept de nombre et classes d'équivalence ;
- division et groupes cycliques.

Exemples d'élèves

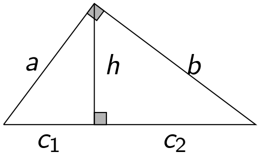
Exemples d'élèves

Quels indices avons-nous d'une compréhension conceptuelle ?

Exemples d'élèves

Quels indices avons-nous d'une compréhension conceptuelle ?

(i) Une découverte qui sort des sentiers battus.

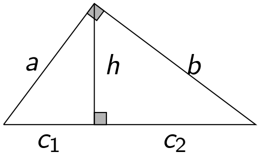


$\Rightarrow ah = bc_1$

Exemples d'élèves

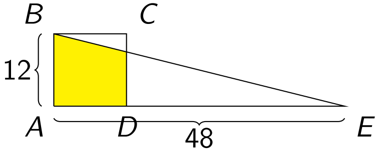
Quels indices avons-nous d'une compréhension conceptuelle ?

(i) Une découverte qui sort des sentiers battus.



$\Rightarrow ah = bc_1$

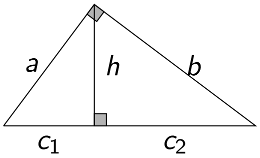
(ii) Une résolution originale ou inattendue.



Exemples d'élèves

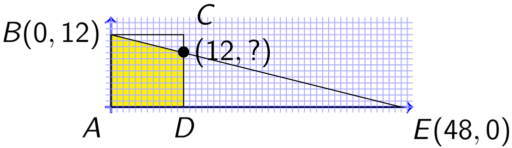
Quels indices avons-nous d'une compréhension conceptuelle ?

(i) Une découverte qui sort des sentiers battus.



$\Rightarrow ah = bc_1$

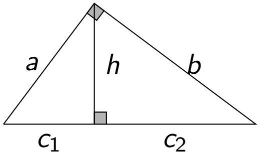
(ii) Une résolution originale ou inattendue.



Exemples d'élèves

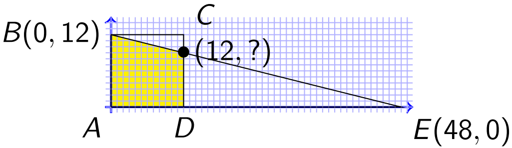
Quels indices avons-nous d'une compréhension conceptuelle ?

(i) Une découverte qui sort des sentiers battus.



$\Rightarrow ah = bc_1$

(ii) Une résolution originale ou inattendue.



Équation de la droite supportant $\overline{BF}$: $y = -\dfrac{x}{4} + 12$.

Donc, si $x = 12$, alors $y = 9$.

LaTeX pour les futurs maîtres

LaTeX pour les futurs maîtres

(1) Télécharger une version de LaTeX (en allant par exemple sur miktex.org) ;

LaTeX pour les futurs maîtres

(1) Télécharger une version de LaTeX (en allant par exemple sur miktex.org) ;

(2) activité d'initiation : créer un modèle d'évaluation ;

LaTeX pour les futurs maîtres

(1) Télécharger une version de LaTeX (en allant par exemple sur miktex.org) ;
(2) activité d'initiation : créer un modèle d'évaluation ;
(3) activité « avancée » : créer des animations.

Conclusion

Bref, un enseignement conceptuel devrait favoriser l'esprit réflexif/critique et la pensée divergente (créativité).

Conclusion

Bref, un enseignement conceptuel devrait favoriser l'esprit réflexif/critique et la pensée divergente (créativité).

> Ne croyez aucune autorité, vérifiez par vous-même. Réfléchissez, pensez, développez vos propres idées. N'arrêtez jamais.
>
> Gert-Martin Greuel

Références

Baruk, S. (2004). *Si 7=0. quelles mathématiques pour l'école*. Paris : Odile Jacob.

Bourdieu, P., & Champagne, P. (1993). Les exclus de l'intérieur. In P. Bourdieu (Ed.), *La misère du monde* (p. 913-923). Paris : Éditions du Seuil.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics :an introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge :the case of mathematics* (p. 1-27). London : Lawrence Erlbaum Associates.

Legendre, R. (2005). *Dictionnaire actuel de l'éducation (3e édition)*. Guérin.

Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, *26*(3), 9–15.